

序率式時間序列分析應用於地下水位與地表沉陷量之模擬

蘇苗彬¹

陳旺志²

¹ 國立中興大學土木工程研究所副教授

² 國立屏東科技大學土木工程系講師

摘要

序率式時間序列分析係考慮分析歷程中變數間之發生機率或時間上之先後關係，依照不確定定律，以統計方法由以往之實測資料，歸納其統計特性，尋求合適之模擬模式。其應用過程並不需解開各變數間之確定性物理轉換機制，因此所需使用之分析參數可較為單純而易於求取，此外亦可避免因使用假設條件偏多而過於簡化或不完整之定率式物理性轉換模式進行分析而導致之誤差。

本研究就本省中西部沉陷較嚴重之台西、王功地區之地下水位與地表沉陷量觀測資料，及中部較大規模之梨山地滑區之降雨量與地下水位觀測資料，應用序率式時間序列分析中之轉換函數法分別建構兩者地下水位與地表沉陷量間，及降雨量與地下水位間之序率式轉換關係模式，其模擬效果不錯。研究中並於建立之轉換模式，輸入一個單位之地下水位降低量，推估其地表沉陷量之反應，進而推估台西、王功地區壓密層之壓密係數，此外並由梨山地區之暴雨頻率及兩型分析，配合其降雨及地下水位之轉換函數模式推估梨山地區不同頻率年重現之最大降雨量可能誘發之地下水位上升量。

關鍵詞：時間序列分析、轉換函數、地下水位、地表沉陷

一、前言

一般而言時間序列之分析可為定率式(Deterministic)或序率式(Stochastic)，前者不考慮歷程中變數發生之機率，而依照物理上之確定定律，以完整之物理模式建構分析模式稱為定率式時間序列分析，而後者則考慮歷程中變數發生之機率或時間上之先後關係，依照不確定定律，以統計方法由過去觀測之實際資料，歸納其統計特性，尋求適合之分析模式是為序率式時間序列分析。序率式時間序列分析其分析過程並不需解開各變數間之確定性物理轉換機制，即可應用統計上之迴歸分析運算建立輸入及輸出變數間之轉換模式，因此其分析雖無法解開各變數間實際作用關係之黑盒子內容，但僅需要單純種類少之觀測資料即可建構合理之模擬模式。此外定率式物理性模擬模式之建立，往往因假設條件太多使現象太過單純而建立較不完整之模式，或因考慮太多條件使得建立之模式極為複雜而不易應用，或應用時需輸入太多假設之參數值，序列式時間序列分析則僅針對不同變數間於不同時間之實際發生或反應值，進行分析建構各變數間之合理模擬及轉換模式而可避免此種問題。序率式時間序列之分析以 Box 與 Jenkins (1976) 所提出之單變量 ARIMA 模式(Autoregressive Integrated Moving Average Models)及多變量之轉換函數模式(Transfer Function Models)，在鑑定模式型態、參數推估及預測能力上均頗為嚴謹有效，而廣為各界採用，本研究亦採用此兩種模式進行分析。

本研究分為兩大部份，第一部份係就水利局於台西及王功兩觀測站之沈陷量及地下水位分時觀測資料，進行週期圖(Periodogram)分析以探討其可能之週期性，線性迴歸及移動平均以探討其長、短期趨勢性，ARIMA 及轉換函數分析以探討地下水位變動預測沈陷量之可能模式，最後並由建立之轉換函數模式反推地層之沈陷特性參數中之壓密係數 C_v 。

第二部份則針對水保局於梨山編號 B9 鑽孔之降雨量及地下水位分時觀測資料，進行 ARIMA 及轉換函數分析以探討降雨量變化預測地下水位變動之可能模式並進行該模式之驗證，此外亦進行梨山地區之 1, 2, 3 日暴雨頻率分析及暴雨雨型分析，配合已建立之降雨及地下水位轉換函數模式，推估不同頻率年下之最大地下水位上升高度，提供作為邊坡穩定治理工程其地下排水設施排除地下水位設計高度之依據。本研究時間序列分析主要係以 SAS(Statistic Analysis System)套裝軟體為應用工具。

二、基本理論回顧

1. ARIMA

ARIMA 係自迴歸移動平均整合模式(Autoregressive Integrated Moving Average Models)之簡稱,為 Box & Jenkins 於 1970 年所提出。若時間序列 $\{z_t\}$ 符合 ARIMA(p, d, q)模式,則其方程式如下:

$$\phi_p(B) \nabla^d (z_t - \mu) = C + \theta_q(B) a_t$$

P: 自迴歸過程之階數,

d: 差分次數

q: 移動平均過程之階數

B: 後移運算子, $B^f z_t = z_{t-f}$

∇ : 差分運算子, $\nabla^d = (1-B)^d$

μ : 位移參數

C: 常數項

$\phi_p(B)$, $\theta_q(B)$: p 階和 q 階之 B 的多項式

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$: 自我迴歸參數

$(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$: 移動平均參數

a_t : 白噪音(White noise)項

ARIMA 模式之建立可分為模式判定, 模式參數推估及模式診測三個基本程序, 若模式診測結果不適當則重新開始此三個程序以找出最適當之模式, 接著再用此模式進行預測分析。多組適當之 ARIMA 模式, 其最佳模式之判定可以 AIC 準則(Akaike's information criterion)為之:

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2M$$

n: 有效觀測值個數

M: 參數之個數

$\hat{\sigma}_a^2$: 殘差數列變異數之推估值

若模式之 AIC 值愈低表示其擬合品質愈佳。

2. 轉換函數模式(Transfer function models)

前述之 ARIMA 適用於建立單變量時間序列之分析, 對多元時間序列則可使用轉換函數模式分析之。以二元之時間序列說明如下, 若 $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ 為定常型(Stationary)時間序列, 變數 x_t 視為投入(Input), y_t 視為產出(Output), 則兩者轉關係可建立如下:

$$y(t) = v(B)x_t + n_t$$

$$v(B) = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^b$$

$v(B)$: 轉換函數(Transfer function)或衝擊反應函數(Impulse response function)

n_t : 干擾項(Disturbance term), 屬序率部份與 x_t 無關

$$\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s$$

$$\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

b : 投入變數對產出變數發生影響之落後時差, 餘參數意義同 ARIMA

轉換函數模式判定之基本方法說明如下:

(1) 將投入變數 x_t 白噪音化(Prewhitening), 得白噪音序列 $\{\alpha_t\}$,

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t$$

(2) 計算過濾後(Filtered)之產出序列 $\{\beta_t\}$,

$$\beta_t = \frac{\phi_y(B)}{\theta_y(B)} y_t$$

(3) 進行 $\{\alpha_t\}$, $\{\beta_t\}$ 之交叉相關分析, 由其樣本交叉相關函數 $\hat{\rho}_{\alpha\beta}(k)$, 推估衝擊反應函數 \hat{v}_k ,

$$\hat{v}_k = \frac{\hat{\sigma}_\beta}{\hat{\sigma}_\alpha} \hat{\rho}_{\alpha\beta}(k)$$

再由 \hat{v}_k 和理論 v_k 圖形比較, 決定合適之 r, s, b 階數。

(4) 檢驗殘差 $y_t - \hat{v}(B)x_t$ 是否為白噪音序列, 若否建構其 ARIMA 作為干擾項,

$$n_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t$$

(5) 合併推估(Estimation) $v(B)$ 及 n_t , 獲得最終之模式。

3. 交叉相關函數分析

二時間序列之關係強度及其間之領先或落後之方向關係, 可使用交叉相關函數(Cross correlation function, CCF)判定之。 $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ 兩定常型時間序列, 平均值為 μ_x , μ_y , 變異數為 σ_x^2 , σ_y^2 , 則其隔 k 個時差之 CCF 以下式定義之:

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

γ_{xy} 為 $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ 之交叉共變異數函數(Cross-covariance function)

$$\gamma_{xy}(k) = E[(x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y)]$$

$\rho_{xy}(k)$ 可由樣本交叉相關函數推估之

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\hat{\gamma}_{xy}(k)}{S_x S_y}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\hat{\gamma}_{xy} = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}), & k \geq 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1-k}^n (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}), & k < 0 \end{cases}$$

$$S_x = \sqrt{\hat{\gamma}_{xx}(0)}, \quad S_y = \sqrt{\hat{\gamma}_{yy}(0)}$$

$\{x_t\}$, $\{y_t\}$ 相互獨立, 則其樣本 CCF 之期望值為 0, 標準誤差近似為 $1/\sqrt{n}$, 若

$\hat{\rho}_{xy}(k) > 2/\sqrt{n}$ (2 倍之標準誤差), 可判定 $\hat{\rho}_{xy}(k)$ 值異於 0, 則 $\{x_t\}$ 與 $\{y_t\}$ 相隔 k 個時差有關係存在, 即 $\{x_t\}$ 影響 $\{y_t\}$ 之時差為 k 。

4. 週期圖分析(Periodogram analysis)

n 個觀測值之時間序列 $\{z_t\}$ 以 Fourier 級數表示如下:

$$z_t = \sum_{k=0}^{n/2} (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t)$$

$$\omega_k = 2\pi k/n, \quad k=0, 1, \dots, \frac{n}{2} \text{ 為 Fourier 頻率}$$

a_k, b_k 為 Fourier 係數

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n z_t \cos \omega_k t, & k=0 \text{ \& } k=\frac{n}{2}, \text{ 若 } n \text{ 為偶數} \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n z_t \cos \omega_k t, & k=1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \end{cases}$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n z_t \sin \omega_k t, \quad k=1, 2, \dots, \frac{n-1}{2}$$

Schuster (1898) 提出週期圖(Periodogram) $I(\omega)$, 以搜尋某序列之可能週期,

$$I(\omega) = \begin{cases} na_0^2, & k=0 \\ \frac{n}{2}(a_k^2 + b_k^2), & k=1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \\ na_{n/2}^2, & k=n/2, \text{ 若 } n \text{ 為偶數} \end{cases}$$

當某一頻率(週期)其週期圖值為最大時, 則為該序列可能之週期。

三、分析資料說明

1. 台西、王功地區

本文採用水利局位於濁水溪平原濁水溪北邊之王功及南邊之台西兩觀測站之監測資料進行分析, 其中王功站之鑽探深度約為 183m, 台西站則約為 181m 深, 其沈陷量之觀測為每月一次, 觀測日期自民國 78 年 5 月開始。本文採用兩站之觀測資料期間如表 1 所示, 兩站使用之資料期距並不相同, 肇因於觀測資料於部份時段因儀器維護之關係而未有觀測值, 為顧及分析之精確性, 對於漏失資料僅一筆(一個月)者才以線性內插法進行補遺, 若超過連續二筆以上者, 則不予補遺並刪除該缺失資料時段以上之觀測記錄不用, 因此兩站擷取來分析之資料時段並不一致。

兩站之觀測資料均包含分層之地下水位及分層之沈陷量, 鑑於本文研究係以統計方法為主体, 故沈陷量資料部份, 僅分析對整個地表活動影響最大之地表總沈陷量。而分層水位之使用, 則先對不同深度地下水位之逐月變動值與分月之地表總沈陷量進行相關相析, 選擇其相關性最高者作為分析之標的, 兩站之相關分析結果列於表 2 中, 由其結果選定台西站以 99m 深, 王功站以 76m 深處水位計之水位資料進行後續之各項分析。一般而言由雲林地區之水文地質單元調查結果, 其地下水可分為未受壓之淺層地下水位及受壓之深層地下水位, 其分隔範圍大致位於 55~60m 深之位置, 而深層地下水位對沈陷量之影響較為明顯, 且具有連通性甚佳之特性[2][5], 由上述前人研究結果印証本文所選用之分層水位資料應屬適宜。

表 1 分析資料之記錄期間及其週期性

	台西站		王功站	
	地下水位	分月沈陷量	地下水位	分月沈陷量
起始日期	81/6	81/6	80/1	80/1
結束日期	85/5	85/5	85/5	85/5
資料單數	48	48	65	65
可能週期(月)	12	12	12	12
週期之顯著水準 $^*(1-\alpha)(\%)$	80	50	>99	90

*以 Fisher 氏第一項近似公式之考驗結果

表 2 不同深度水位計之逐月地下水位變動量與分月地表總沈陷量之相關係數

台西站		王功站	
水位計深度(m)	相關係數	水位計深度(m)	相關係數
26	0.737	20	0.245
50	0.684	38	0.206
72	0.488	76	0.430
99	0.768	82	0.414
169	0.730	140	0.211

由兩站之地下水位與沈陷量變化歷線進行研判，發現地下水位之逐月變動量與分月之地表總沈陷量關係最為密切，且兩者互相影響之物理意義亦相當明顯，故本文後續之分析主要係針對此兩種資料型態進行之。

2. 梨山地區

本研究針對梨山地滑區水保局編號 B9 觀測孔於 86 年度之降雨及地下水位變化關係進行分析。經由觀測資料之歷線研判，選用該年度 6 月份之資料做為轉換函數模式建立之依據。理由之一為該月份之累積雨量及降雨小時總數居全年之冠，如圖 1 所示。另一理由為 6 月份之降雨分佈延時較長，且其地下水位歷線亦具有數個完整升降之循環歷程，如圖 2 所示。觀測資料之時間單位為小時。

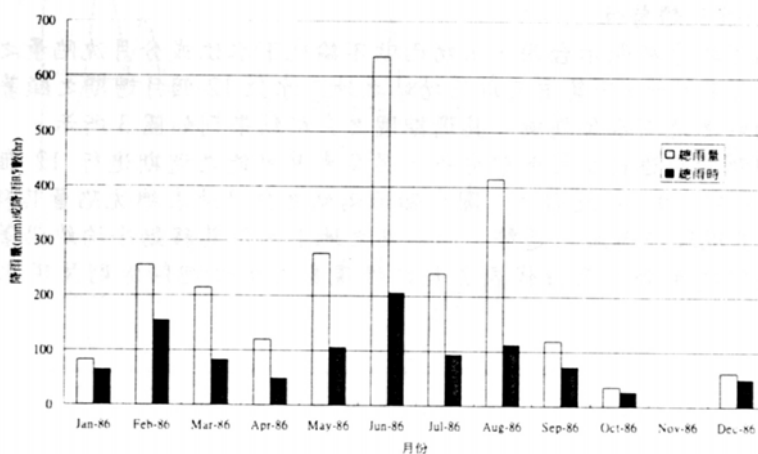


圖 1 B9 孔 86 年度各月份累積雨量及累積降雨小時分佈

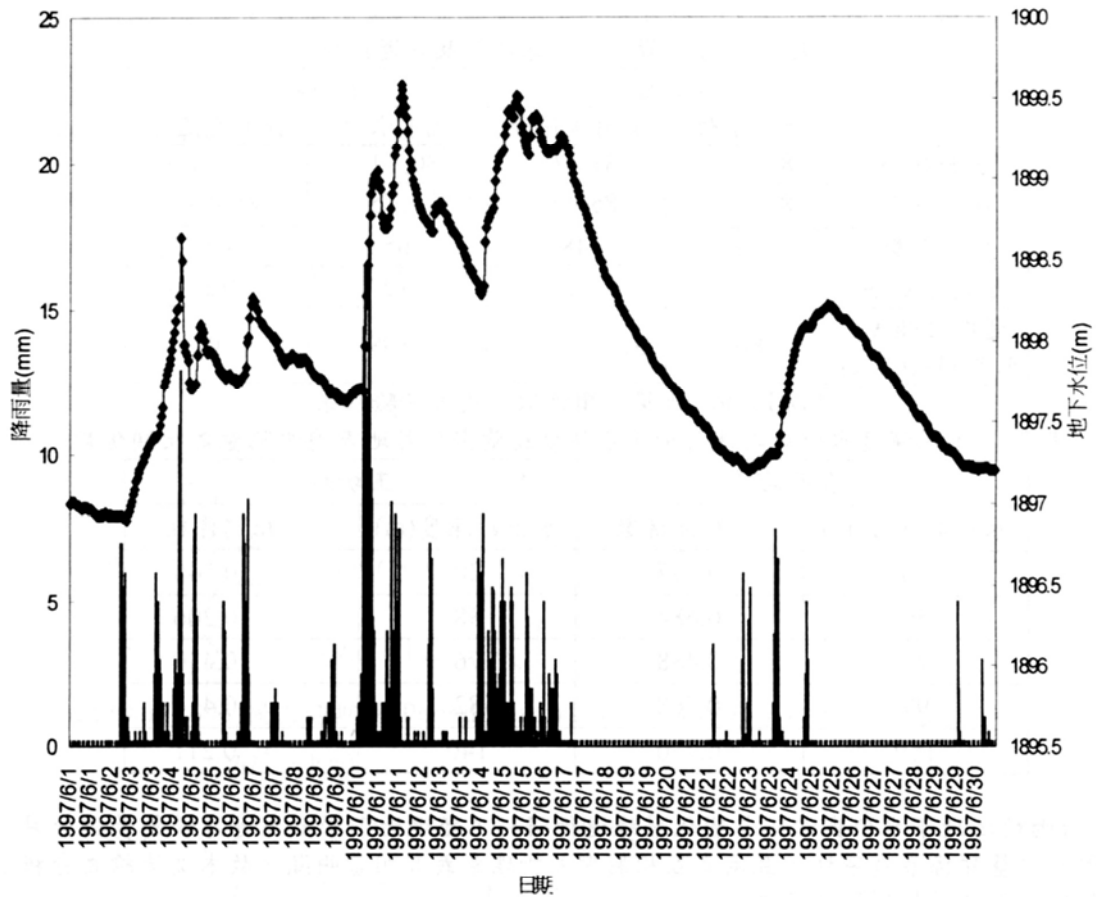


圖 2 B9 孔 86 年 6 月份降雨量及地下水位之水文歷線

四、分析項目與結果

1. 台西、王功地區

(1) 分析資料之週期性及趨勢性

經由週期圖之分析顯示台西、王功兩站不論地下水位或分月沈陷量之可能週期皆為 12 個月，如表 1 所示，而其中又以王功站之地下水位 12 個月週期之顯著性最高(99% 以上)。以王功站之地下水位為例，其週期圖之分析結果列如圖 3 所示。

兩站之觀測資料進行線性迴歸分析，另參考其可能之週期進行 12 個月之移動平均分析，其結果列如圖 4 及圖 5，圖中顯示兩站之分月地表總沈陷量其移動平均線或線性迴歸線均呈現緩慢遞減之趨勢，而兩站之地下水位其移動平均線沿著水平之小區間呈現略為起伏之走勢，至於代表更長期性現象之線性迴歸線則呈現水平不變之趨勢。

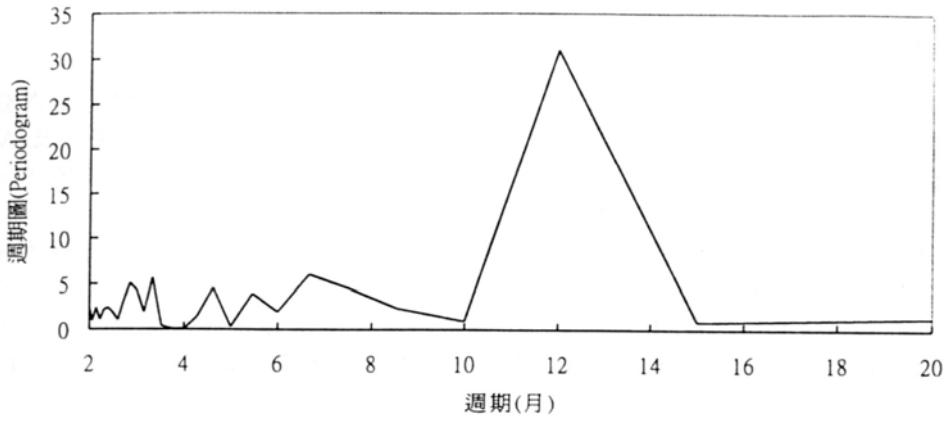


圖 3 王功站地下水位週期圖分析結果

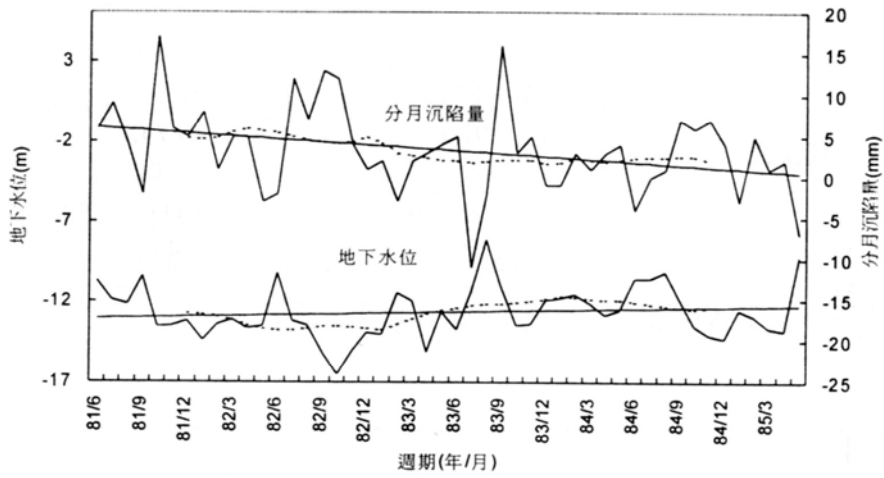


圖 4 台西站地下水位、分月沈陷量之歷線、12月移動平均線及線性迴歸線

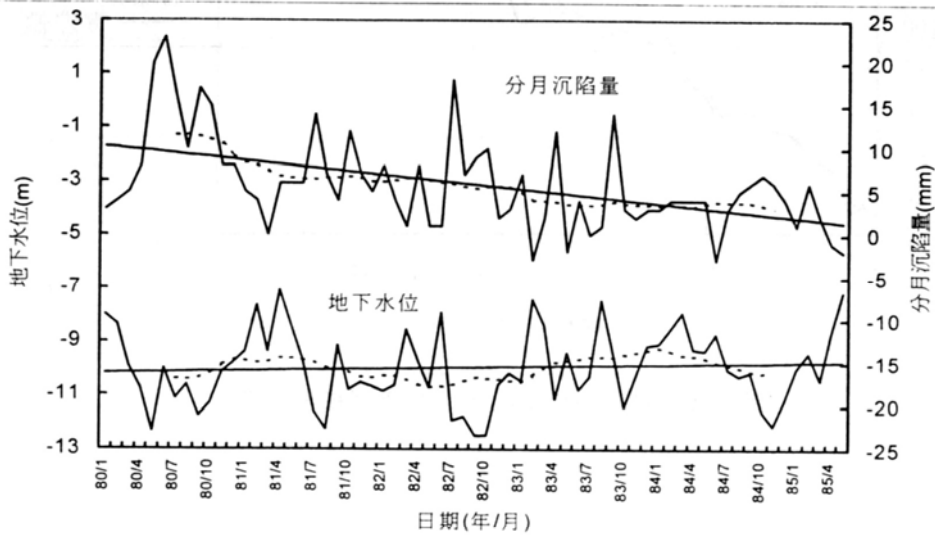


圖 5 王功站地下水位、分月沈陷量之歷線、12月移動平均線及線性迴歸線

(2) 轉換函數模式分析

經由 ARIMA 轉換函數之分析，台西、王功兩站逐月地下水位變動量與分月地表總沈陷量之最佳轉換函數模式列如表 3 所示，其中王功站模式之標準誤差及 AIC 值均大於台西站者，即王功站模式之適合度較遜於台西站者，此點與表 2 中地下水位變動量與沈陷量之相關係數亦以王功站者較差之結果殊為一致。

兩站之轉換函數模式應用超前一個時期(One-step ahead)之方式進行預測分析，其結果以累積沈陷量呈現列如圖 6 及圖 7 所示，其中台西站之預測約以前 1/3~1/2 期間較差，而王功站則約以前 1/3 期間內之預測較差，其原因係該段期間內地下水位變動量與沈陷量之觀測資料部份有背離之現象，然整體長期間而論其預測結果仍佳。

表 3 轉換函數分析結果

	台西站	王功站
逐月地下水位變化量之 (p,d,q)	((2, 3), 0, (2, 3))	(2, 0, (2))
轉換函數之(r, s, b)	(1, 1, 0)	(1, 0, 0)
轉換函數模式	$S = \frac{2.62 - 2.45B}{1 - 0.97B} \Delta GW + \frac{1 + 0.48B^2 + 0.68B^3}{1 + 0.42B^2 - 0.02B^3} a_t$	$S = \frac{1.69}{1 - 0.70B} \Delta GW + \frac{1 - 0.65B^2}{1 - 0.41B - 0.58B^2} a_t$
標準誤差	2.80	4.05
AIC	241.078	351.379

註：S 為分月地表總沈陷量， ΔGW 為逐月水位變動量

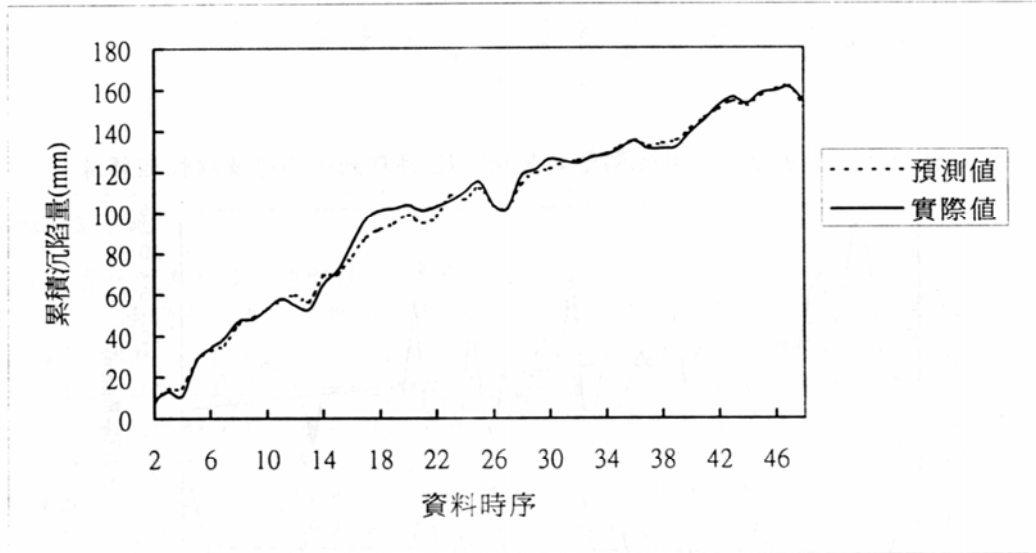


圖 6 台西站轉換函數模式之預測模擬結果

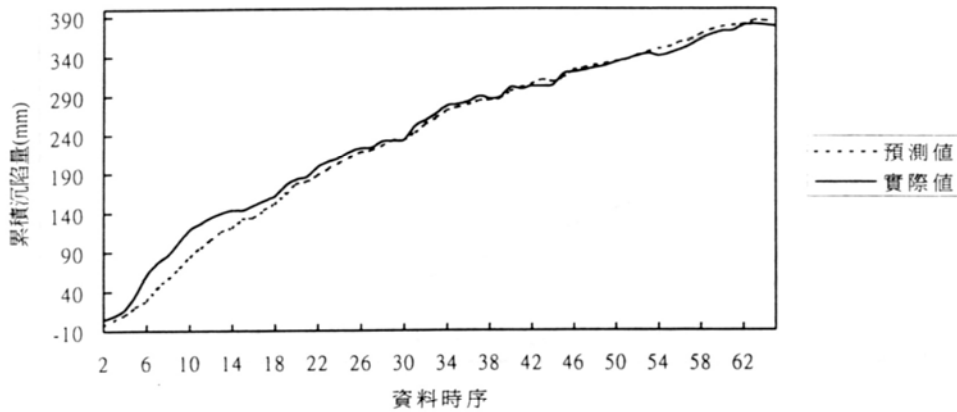


圖 7 王功站轉換函數模式之預測模擬結果

(3) 交叉函數分析

轉換函數分析過程中之交叉相關函數分析結果，顯示台西、王功兩站其地下水位之變動量對分月沈陷量之影響並無稽延關係，即沈陷量之反應並無落後地下水位變動之現象，顯示兩站之觀測資料在以月為最小之時間單位下，其地下水位變動量對地層產生顯著之立即沈陷效果。

(4) 單位地下水位降低量之沈陷反應

考慮前期之地下水位已穩定不再變化且沈陷量亦已停止之前提下，將地下水位降低 1 個單位(即 1m)並予以持續不變，經由前述兩站之轉換函數模式進行計算，可得兩站累積沈陷量與 $\log(t)$ 及 \sqrt{t} 之關係曲線分別如圖 8 及圖 9 所示。依圖中兩站壓密曲線之特性，對台西站之資料選用對數時間之 Casagrande 調整法進行分析，消除其立即沈陷之影響推求 50% 壓密度所需之壓密時間 t_{50} ，而王功站之資料則選用平方根號時間之 Taylor 調整法推求其 90% 壓密度所需之壓密時間 t_{90} ，分析結果列如表 4 所示，由表中顯示台西站之總沈陷量大於王功站者，而完成壓密所需之時間台西站較王功站為久。由於本文研究區域地下水位之超抽而大幅下降情形，於民國 70 年附近開始至 80 年附近最為明顯[5]，此段期間其地下水位與沈陷量之連續記錄闕如，無法納入本文之分析範圍，故本文建立之轉換函數模式所推估之單位地下水位降低量產生之總沈陷量可能有較低之情形。

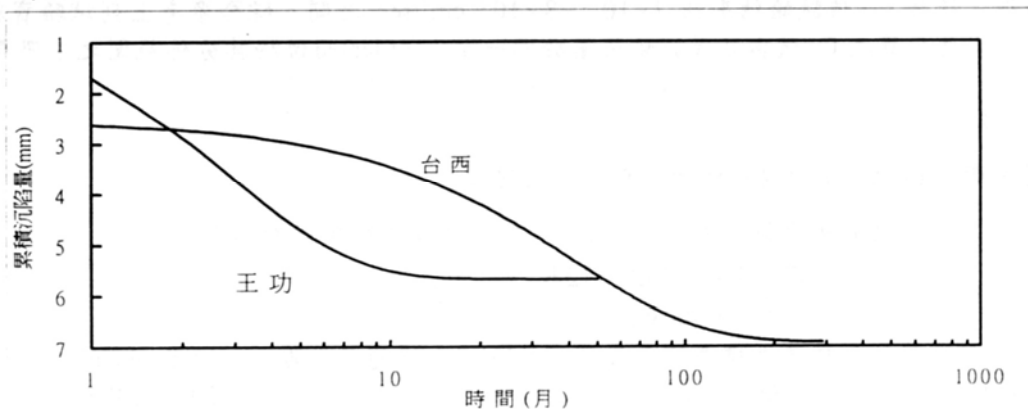


圖 8 單位地下水位降低量產生之累積沈陷量與對數時間之關係圖

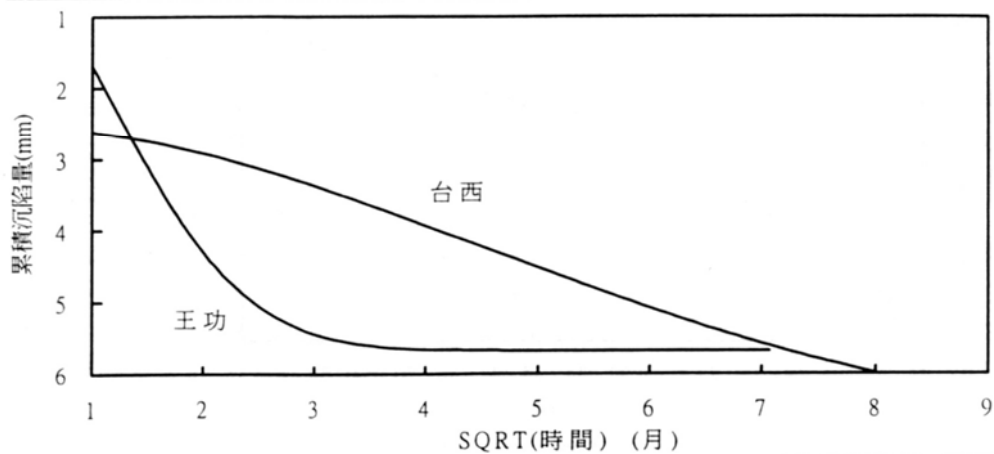


圖 9 單位地下水位降低量產生之累積沈陷量與平方根時間之關係圖

表 4 降低單位深度(1m)地下水位下由轉換函數模式推估之沈陷特性

	台西站	王功站
總沈陷量(mm)	6.92	5.68
沈陷時間(月)	$t_{50}=24$	$t_{90}=8$
當量壓密層厚(m)	12	6
$C_v(\text{cm}^2/\text{sec})$	1.14×10^{-3}	3.68×10^{-3}

(5) 壓密係數之反算

壓密係數 C_v 值之計算除上述不同壓密度下之壓密時間參數外，尚需壓密層之厚度，本文分別依據台西、王功兩站之鑽探柱狀圖記錄就其中各細粒壓密層之厚度並輔以其分層沈陷量為權重，以加權平均之方式求取各站之當量壓密層厚度，再考慮雙向排水之條件計算其最大排水路徑，進行 C_v 值之計算，其結果亦列如表 4 所示。

本文研究區域附近之壓密層其液限依前人研究成果均分佈於 30~40% 間，據此液限範圍參考 US Navy[8](1988)所提出之 LL 與 C_v 之關係圖中，可查得正常壓密土壤之未擾動土樣其 C_v 值位於 $4 \times 10^{-3} \sim 1.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 之間。興大[6]對蚊港村之 CL 類原狀土樣之 C_v 值試驗結果為 $5.9 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 。台大[4]對麥寮鄉豐安國小之 CL-ML 類重模土樣之 C_v 值試驗結果為 $7 \times 10^{-2} \sim 8 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 之間。綜合參考上列試驗資料，可見本文反算之 C_v 值與該等試驗值屬於同一階次(order)而位於其分佈範圍之下限帶。

2. 梨山地區

(1) 6 月份雨量與地下水位變化轉換函數模式之建立

本月份之分析資料總筆數為 720，不計干擾項其轉換函數如下

$$(GW)_t = \frac{0.007704 + 0.0022632B^2}{1 - 0.99084B} (RAIN)_{t-1}$$

其分析結果殘差之標準誤差僅為 0.0365m，以超前一期(one-step ahead)方式進行分析期間之地下水位預測擬合，成效頗佳，由於記錄筆數多達 720，而其預測值與實際值差異小圖形上不易顯現，故此處之結果不附圖說明。

(2) 以 6 月資料建立之模式預測分析後續月份暴雨引起之地下水位變化

6 月份後之預測期間由歷線中研判，分別選擇 8/28~8/30 及 9/28~9/30 兩場降雨量及降雨延時均較大之暴雨期間進行預測分析，以超前一期方式之預測結果如表 5 所示，8/28~8/30 及 9/28~9/30 兩期間實際與預測之地下水位比較如圖 10 及圖 11 所示。

表 5 以 6 月份資料建立之轉換函數模式預測其他月份地下水位變化之結果

日期 (月/日)		8/28~8/30			9/28~9/30	
資料數		49			59	
累計雨量(mm)		247.3			59.9	
峰別(次)		第一次	第二次	第三次	第一次	第二次
實測資料	地下水位(m)	1899.690	1900.120	1900.200	1900.230	1900.490
	稽延時差(hr)	26~27	32	36	35	49~50
預測資料	地下水位(m)	1899.760	1900.404	1900.247	1900.279	1900.530
	稽延時差(hr)	27	33	36	35	50
實測與預測地下水位之差值(m)		0.762	0.284	0.0469	0.0491	0.0396

*高峰別詳見圖 10~圖 11。

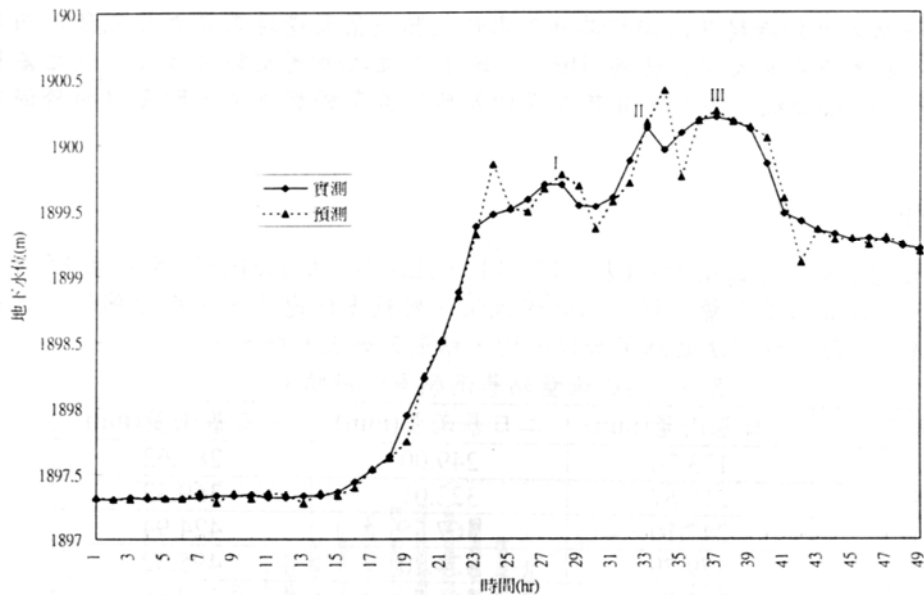


圖 10 8/28~8/30 地下水位實測與預測值之比較

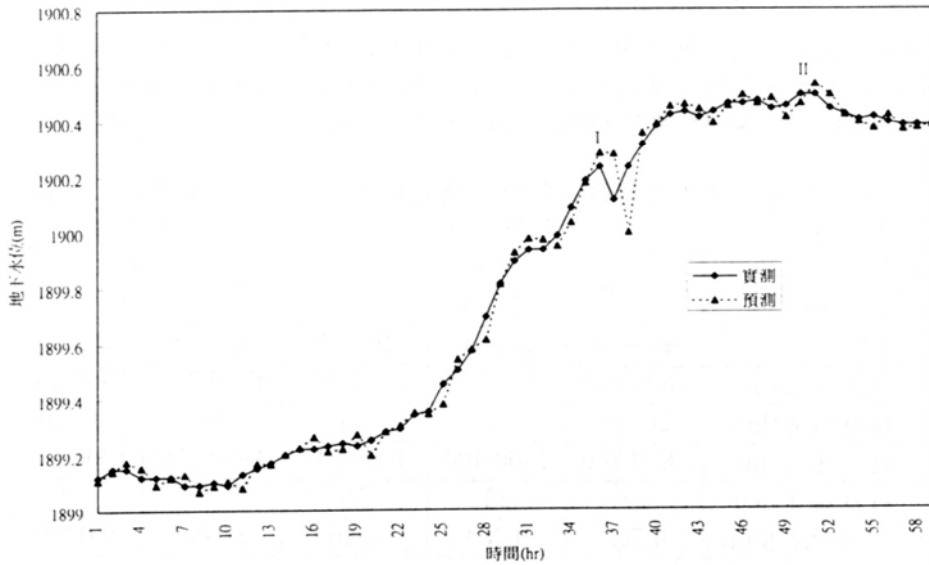


圖 11 9/28~9/30 地下水位實測與預測值之比較

由分析結果可知兩場暴雨期間其地下水位之預測值及稽延時差之預測值均頗為接近，稽延時差之預測最大誤差僅為 1hr，而地下水位之預測大部份為公分級之差異，僅有一筆為 10 公分級之差異，且其差異均為預測值高於實測值，即屬偏向於保守之安全側。

(3) 暴雨頻率分析

針對台電公司之梨山雨量站(東經121°14'，北緯24°16')於民國38年至85年之1日、2日、3日最大暴雨量記錄，以甘保氏法、對數皮爾遜法、常態分佈法，進行暴雨頻率分析，並將三種方法之結果加以平均，結果列如表6所示。

表 6 梨山雨量站暴雨頻率分析結果

頻率年	一日暴雨量(mm)	二日暴雨量(mm)	三日暴雨量(mm)
2	173.76	249.00	281.62
5	219.67	322.01	369.32
10	247.10	367.55	424.94
25	279.79	424.20	495.32
50	302.79	465.75	547.86

(註：表中結果為甘保氏法、對數皮爾遜法、常態分佈法分析結果之平均值)

(4) 暴雨雨型之統計分析

以累計雨量超過 50mm 為準則篩選之，86 年度共計選得 9 組暴雨，將各組暴雨之延時及其累積雨量轉繪為無因次之分佈圖如圖 12 所示，並就其分佈進行迴歸分析，得其迴歸式亦列如圖 12 中，其 $R^2 = 0.9115$ ，以此迴歸線作為 86 年度之典型雨型分佈曲線，供作不同頻率年分析暴雨雨型之採用依據。

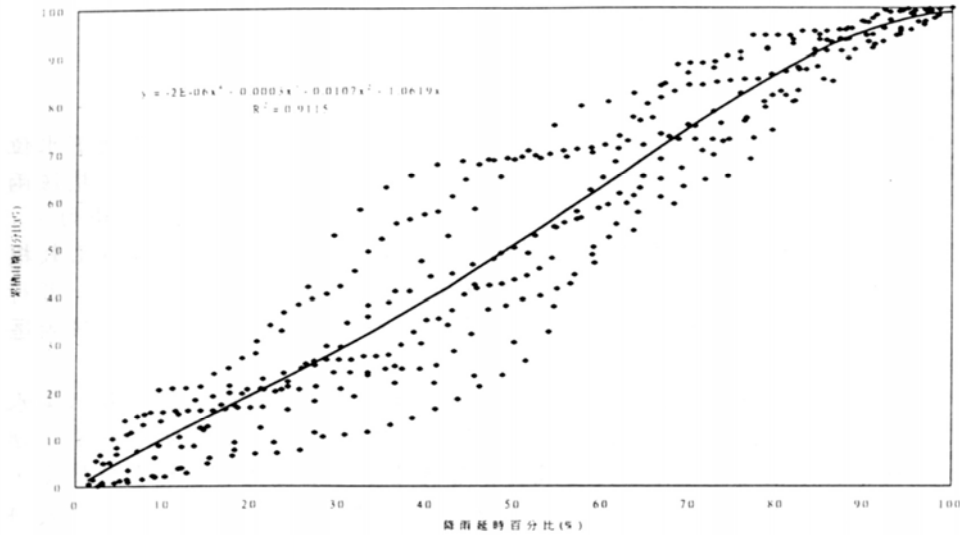


圖 12 86 年度暴雨雨型無因次分佈及其迴歸線

(5) 不同頻率年以轉換函數模式推估其可能之最大地下水位上升量

選用 10 及 50 之頻率年，由上述之暴雨頻率分析、暴雨雨型分析結果，應用已建立之降雨及地下水位轉換函數模式推估不同頻率年下其可能之最大地下水位上升量，結果如表 7 所示，其降雨量及地下水位之推估歷線則以 10 年頻率年 1 日暴雨之狀況為例列如圖 13 所示。

表 7 不同頻率年以轉換函數模式預測之地下水位可能上升量

降雨延時	頻率年=10	頻率年=50
	地下水位可能上升量(m)	地下水位可能上升量(m)
1 日	2.20	2.70
2 日	2.95	3.74
3 日	3.10	4.00

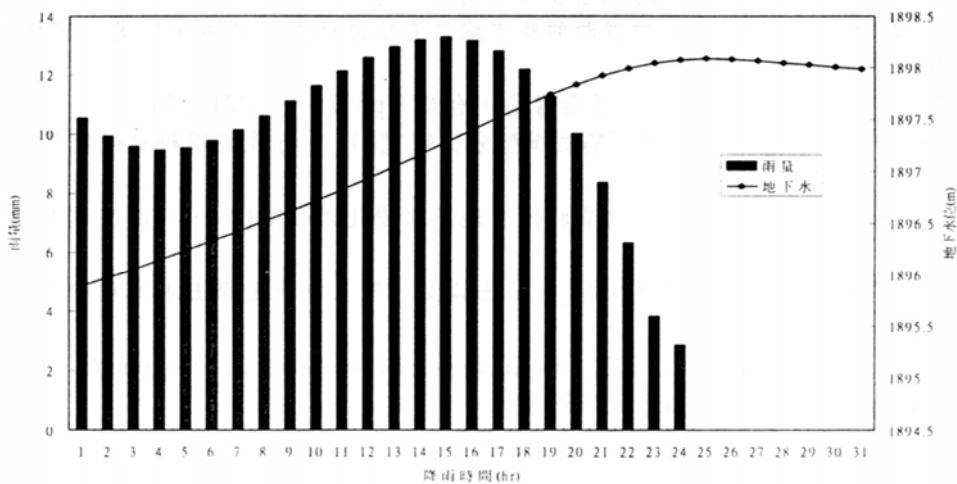


圖 13 頻率年 10 年延時 1 日狀況下以轉換函數模式推估之雨量及地下水位歷線

五、結論

1. 台西、王功地區地下水位與地表沈陷量之時序分析

濁水溪平原之台西、王功兩觀測站於本文分析期間(民國 80~85 年間)，其地下水位已呈現長期穩定之趨勢，而分月之地表總沈陷量則呈現緩慢遞減之長期趨勢，顯見該兩區地下水位於分析期間內並無大量超抽情形繼續發生，而沈陷量亦有隨之減緩之趨向。

以序率式時間序列分析所建立兩區之地下水位變動量與分月沈陷量之轉換函數模式，依超前一時期預測方式對沈陷量之預測模擬結果頗佳，顯示此種分析方式為一可行之方向。分析過程之交叉相關函數分析結果，則顯示以月為分析之時間單位下，該兩區之地下水位變化均誘導顯著之立即沈陷反應。

考慮 1m 之單位地下水位降低量，由建立之轉換函數模式進行分析，結果顯示濁水溪南岸之台西站其總沈陷量較北岸之王功站為大，而台西站所需之壓密時間亦較王功站者大。另配合現場鑽探柱狀圖之細粒土層厚度及其分層沈陷量所求得之當量壓密層厚度，反算出之壓密係數台西站為 $1.14 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ ，王功站為 $3.68 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$ ，經與前人研究比較，其值與試驗值之分佈屬於同一階次(order)而位於其分佈帶之低限區域。

2. 梨山地區降雨與地下水位之時序分析

對梨山地滑區 B9 孔位於 86 年度降雨量及延時最大之 6 月份，就該月份之降雨及地下水位分時觀測資料進行序率式之時序分析，所建立之轉換函數模式模擬分析期間之地下水位變化效果頗佳，且應用該模式對同年度後續之 8 月及 9 月份兩場暴雨進行模擬分析，不論地下水位或稽延時差其模擬值與實際值之差異均極小，顯示以序率式分析之轉換函數模式進行本區降雨及地下水位變化關係之預測模擬亦為一可行之方向。

配合暴雨頻率分析及暴雨兩型之分析結果，轉換函數模數亦可進一步推估不同頻率年地下水位之可能上升值，本區 B9 孔位之分析結果頻率年為 10 降雨延時 1~3 日其水位可上升 2.2~3.1m，頻率年為 50 降雨延時 1~3 日其水位可上升 2.7~4m，此種推估值配合邊坡穩定分析之安全係數範圍，可做為地下排水治理工程施設位置及排水高度之重要參考依據。

參考文獻

1. 中華水土保持學會，1998，梨山地滑地區管理準則之研究(一)。
2. 台灣省水利局規劃總隊，1995，「台灣省西部及宜蘭沿海地區地盤下陷檢測計畫—雲林沿海地區地盤下陷檢測計畫」，台中。
3. 林茂文，1992，時間序列分析與預測，華泰書局，台北，pp. 75~93, 221~274。
4. 林美聆，1997，「台西至麥寮地區地盤下陷之模型分析研究(II)」，行政院國科會研究報告，pp. 23~33。
5. 賈儀平，1996，「台西至麥寮地區水文地質特性及地下水變化之研究(I)」，行政院國科會研究報告，pp. 15~26。
6. 楊高明，1993，「雲林地區地層下陷之探討」，碩士論文，國立中興大學土木工程研究所，台中，pp. 14~16。
7. Bowerman, B. L. and R. T. O'Connell, 1993, *Forecasting and Time Series - An Applied Approach*, Duxbury Press, California, pp. 658~676。
8. Carter, M. and S. P. Bentley, 1991, *Correlations of Soil Properties*, Pentech press, London, pp. 65~68。
9. SAS Institute Inc., 1996, *SAS/ETS User's Guide*, Release 6. 12, pp.101~180, 751~768.
10. Wei, William W. S., 1990, *Time Series Analysis*, Addison - Wesley Inc., pp.256~265, 289~331.